

論 文

## タイミング・オプションの実践に向け：モデル事例にもとづく考察

加 藤 敦

現代社会学部・社会システム学科

## 要 約

リアルオプションを活用し最適投資タイミングを検討する接近法はタイミング・オプションとよばれる。本論は実務家の見地からタイミング・オプションの活用に向けてのポイントを考察した。

タイミング・オプションの定式化には待機の利点と待機に伴う価値流出の双方をモデルに組み込まなければならない。オプション価値と投資タイミングの定量化手法として(1)投資時期毎のNPVの差異把握(2)期間の異なる複数のヨーロッパ・コールの価値比較(3)アメリカン・コールとしての定式化(4)定量的指標活用などがあるが、それぞれ目的とモデルに応じて活用できることが明らかになった。

金融オプションと異なりリアルオプションはオプションの確保・実行が契約によって保護されていないことである。実務上はバランス・スコアカード等を通じ適切な目標実行管理を行いながら、投資実行という選択権を確保しつつタイミングを見極めることが必要である。

## 序

リアルオプションは金融オプションを実世界に応用したもので、金融市場のオプションと同様に購入権に関わるコールオプションと、売却権に関わるプットオプションが考えられる。また期末時のみ権利行使が可能なヨーロッパタイプと期末以前にも権利行使が可能なアメリカンタイプに分けることができる。

タイミング・オプション (Timing Option) は最適投資タイミングを扱うものでコール型リアルオプションの一つである。投資待機により市場成長を見極めることができるなど利点が期待できるが、直ちに得るべきキャッシュフローを後ろ倒したりライバル会社が参入して先導者利益が消滅

したりする不利益も生じる。

タイミング・オプションの意義については多くの先行研究があるものの、実践的に活用している企業はまだ多くない。そこで本論では理論的整理を踏まえ、モデル事例を通じて実践的に活用するためのポイントについて考察してゆく。

## 1. タイミング・オプションの概要

コール型リアルオプションの代表が拡張オプション並びに待機オプション (タイミング・オプション) である。拡張オプションは将来拡張の可能性のある投資案件の潜在的価値を扱うのに対し、待機オプションは投資可否判断が猶予できるならどれだけ価値が生まれるかを考察する。待機オプションの定式化には2通りある。1番目は特定時期、例えば2年後に投資する場合と現在直ちに投資する場合を比較し、待機すべきか否かを検討する場合である。2番目は時期を特定せずにいつ投資するのが最適なのかを検討する場合である。本論が考察するのは後者でタイミング・オプションとよばれる。

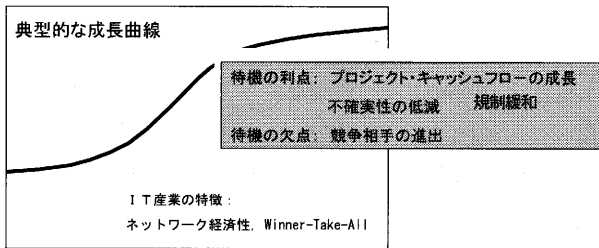
タイミング・オプションの原資産はプロジェクト価値、権利行使価格は投資額である。また成長オプションでは分割投資を考えたが、タイミング・オプションでは一括投資が対象である。タイミング・オプションの場合、権利確保の対価 (オプション料) は基本的にゼロだが、待機期間を通じて累積的に利益喪失が生じる。典型的な例は競争相手が先に参入して市場を奪ってしまい、自社が得るべきキャッシュフローが外部流出する。これは丁度、金融オプションにおいて原資産である株式価値が配当によって流出することと同じであると考えられる。

投資タイミングを判断する場合、待機の利点と待機に伴う価値流出の双方をモデルに組み込まなければならない。待機の利点が生じやすいのは、普及率などがこれから大幅に増加すると予測される場合である。またITビジネスでは収穫逓増性・学習効果 (生産側の規模の経済性) とネッ

|            | 株式コールオプション | 成長オプション     | タイミングオプション                  |
|------------|------------|-------------|-----------------------------|
| 原資産        | 株式         | 拡張後プロジェクト価値 | プロジェクト価値                    |
| 権利行使価格     | 購入約定価格     | 拡張投資額       | 投資額                         |
| オプション確保の対価 | オプション料     | 初期投資        | 基本的にゼロ<br>(予め投資が必要になる場合もある) |
| オプション価値の流出 | 株式への配当     | 競争リスク等による流出 | 競争リスク等による流出                 |
| 備考         |            | 分割投資が対象     | 一括投資が対象                     |

図表1 タイミング・オプション

トワークの外部性（需要側の規模の経済性）から基礎技術などは「勝ち馬」を見極めることが必要である<sup>1</sup>。また Benaroch and Kauffman (1999) が VAN 企業で定式化したように、規制緩和の可能性もある。一方で投資タイミングが競争者より遅れると、市場を抑えられてしまう危険がある。さらに普及率が意外に早く頭打ちになり進出余地がなくなることもあるだろう。



図表2 待機の利点と欠点

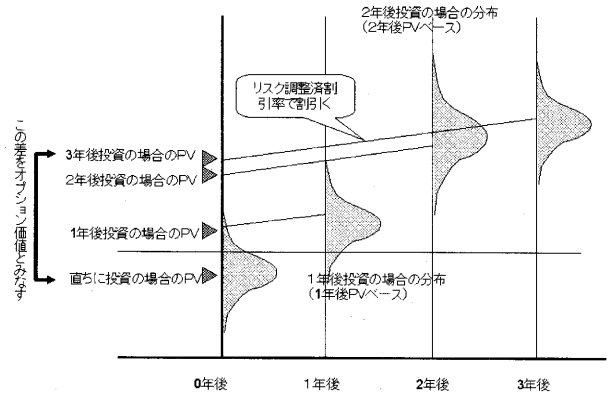
## 2. オプション価値とタイミング定量化

オプション価値と投資タイミングを定量化するには(1)投資時期毎にNPV差異を単純比較する、(2)期間の異なる複数のヨーロピアン・コールを比較する、(3)アメリカン・コールとして定式化する、(4)定量的指標を活用するなどの方法がある。

### 2.1 NPV 差異の単純比較

現在直ちに投資した場合のプロジェクトの正味現在価値(NPV)を基準として、1年後、2年後、3年後に投資した場合それぞれのNPVを求め、この差を待機オプション価値と考える。注意する必要があるのはNPVをすべて第0年の現在価値に換算して比較することである。各年において選択権を行使する余地がないので厳密にはオプション価値とは言えない。しかし投資実行が既に決まってい

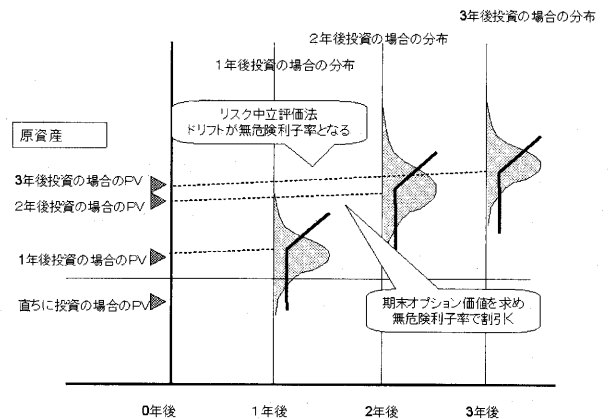
タイミングだけを問題とするならシンプルで有用である。



図表3 投資タイミングの違いとプロジェクトPV

### 2.2 異期間の複数ヨーロピアン・コール比較

次に期間の異なる複数のヨーロピアン・コールを比較する方法について述べよう。最適投資時期が何年後か明らかにしたい場合、オプション期間を1年、2年、3年、4年、5年などとする複数のコールオプションを想定する。そしてこれらのコールの理論価値を求め、最も価値が大きいオプション期間の場合に、それが最適投資時期であるとする<sup>2</sup>。この場合、一般的にはリスク中立評価法を用いる。原資産はプロジェクト現在価値(Present Value, 以下PV)で第0年ベースの現在価値である。原資産のドリフトはリスク中立利子率で、期末時のオプション価値もリスク中立利子率で割り引かれる。



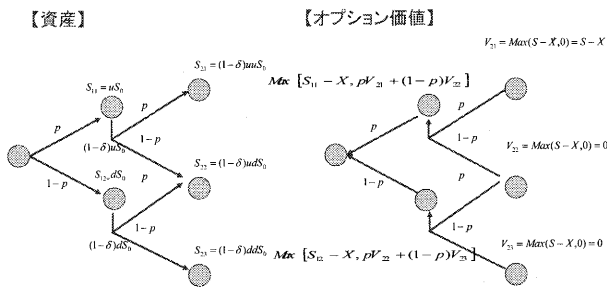
図表4 権利行使時期の異なるオプション

### 2.3 アメリカン・コール

ヨーロピアン・コールは満期日のみ権利行使が可能であったが、アメリカン・コールは満期日までであったらいつ

も権利行使が可能なオプションである。配当すなわちキャッシュフローの外部流出を伴う場合、アメリカン・コールは期前の権利行使が適切な場合がある。この時期が最適投資タイミングとなる。

アメリカンオプションの価値を求めるのは一般には2項ツリーによる。満期時から遡り、それぞれのノードで権利行使すべきかどうかを順次判断し、最も時間的に早いノードが権利行使時期ということになる。



図表5 アメリカン・コール

アメリカン・コールとして定式化する場合、次のいずれかがとられる。第1にリスク中立評価法を用い、競争等によるキャッシュフロー流出を定率配当として整理する。第2に競争等によるキャッシュフロー流出を考慮し原資産経路を実際に予測されるプロジェクト価値にもとづくようカスタマイズする。この場合、原資産ドリフトは無危険利率でないのでリスク中立評価法から外れる。

### 2.4 PVI等の指標活用

Moore (1998) 及び McDonald and Daniel Siegel (1986) によると最適タイミングはPVI (Present Value Index、現在価値指数) を用い解析的に考察できる<sup>3,4</sup>。

PVIは「PVI=プロジェクト・キャッシュフロー/投資支出」で定義される。キャッシュフロー列が成長率gにより成長し、リスク調整割引利率をrとすると最適行使タイミングは  $PVI = \frac{r}{r-g}$  となる。なおキャッシュフロー列がボラティリティσに従う確率変数である場合は次式のようになる。

$$PVI = \frac{b}{b-1} \quad \text{ただし } b \text{ は次式により与えられる。}$$

$$b = \sqrt{\frac{2r}{\sigma^2} + \left(\frac{g}{\sigma^2} - 0.5\right)^2} + 0.5 - \frac{g}{\sigma^2}$$

以上、最適投資タイミングを検討するための4通りの方

法について述べてきた。しかしながら最適タイミングはあくまで現時点での推定であり、環境変化によって変わりうるものである。市場の成長率や利率などは予測に比較し変動しやすいものだし実際にはこれに競争企業の動向も勘案しなければならない。こうした中で3.5年先が最適時期だと言っても余り意味はなく、現実的な待機オプションの意義は現在の時点で投資すべきか否か、の判断材料になるということである。

## 3. モデル事例研究

モデル事例を用いてタイミング・オプション活用について実践的に考察しよう。市場が急成長し設備投資のタイミングが難しいケースとして、本論ではブロードバンド市場をとりあげ、関連のソリューションとしてeラーニングの投資タイミングを検討する。

### 3.1 モデル事例の概要

A 専門学校は学生・生徒数3000人の複数の施設を有する専門学校である。A 専門学校では学生等の補習教育並びに社会人受講生へのサービス向上を狙いとし、学生等の満足度を向上させるためeラーニングの導入を検討することにした。

eラーニングと言った場合、広義では情報通信技術を活用した授業・学習全般を指すが、ここではインターネットを活用した自学自習システムであるWBT (Web Based Training) をとりあげる。A 専門学校のeラーニングは、通常の授業を補完し、授業時間割の関係やクラブ活動などの理由から、家庭で時間外に学習する学生等の利便を図るためのものである。授業を登録した学生等には専用IDが与えられ、インターネットを通じてeラーニング・サーバにいつでもアクセスできる。eラーニング・サーバにはマルチメディア授業教材がWEB形式で蓄積されている。また授業用掲示板を設けたり、ティーチング・アシスタントを置いたりして、授業視聴状況について定期的にやりとりし、講師に質問し指導を受ける。また人間関係維持のため、期末試験は通常の授業と同様に大学に登校して受ける。

eラーニングを提供するには、教員の協力を得て、授業のビデオ撮影、授業資料のスライド化、PDF化等を進めなければならない。A 専門学校では、当面の目標としてまず40クラス(80単位)の授業をeラーニングを通じ提供することを目標とした。一方、学生等の立場からみるとeラーニングを利用するには、ストリーミング教材を

ストレスなく利用できるブロードバンド接続が不可欠である。利用環境を有する学生等が少ないと、導入効果は著しく小さくなる可能性が高い。A 専門学校の学生等を対象としたアンケートによるとブロードバンド接続者は600人(全学生等に占める比率20%)であった。

A 専門学校では教育方針からeラーニングは不可欠であると認識していたが、いつ導入すべきか、またどういった準備が必要か、判断基準に戸惑っていた。そこで我々はタイミング・オプションの視点から考察しよう。

### 3.2 モデル化

タイミング・オプションを分析するには、まず待機の利点と待機に伴う価値流出の双方を明確化し、プロジェクトの正味現在価値(Net Present Value, 以下NPV)を求める必要がある(付表1)。

eラーニングは直接、収入増やコスト削減に結びつくものではないが、学生がeラーニングを履修する毎に「教育的付加価値」を生み出すと考える。1クラス(2単位)により生み出される付加価値は4千円(2千円/単位)とし、開講授業は1年目5クラス、2年目10クラス、3年目20クラス、4年目30クラス、5年目以降40クラスとする。一方、システム投資は8,000千円で、この他に経費として教材作成支援スタッフの派遣費用3,000千円、ヘルプデスク担当の学生等アルバイト代金1,200千円、ネットワーク料等600千円が必要となる。またブロードバンド環境保有者の40人に1人が各開講クラスに受講登録を行うとし単位取得者は登録者の9割と考える。

ここで待機の利点をブロードバンド環境保有者の増加とし、現在の600人(全学生3000人に占める比率20%)からロジステック曲線を描いて増加すると考えた。ただし第 $t$ 年後の普及率 $R_t$ について普及上限 $a = 80\%$ 、初期値係数 $b = 3.0$ 、普及速度 $c = 0.7$ と想定した。

$$R_t = \frac{a}{1 + be^{-ct}}$$

一方、待機に伴うキャッシュフロー流出の要素としては広告効果を織り込む。直ちに投資した場合、年間1000千円の広告効果が見込まれるが、年を追うごとに750千円、500千円、250千円と効果が小さくなってゆく。

以上の前提で、直ちに投資の場合並びに1~3年後に投資した場合について計算した。直ちに投資の場合、プロジェクトの現在価値PVは7765千円、投資を控除したNPVは-235千円と予想された。

### 3.3 オプション価値とタイミングの定量的把握

オプション価値並びにタイミングについて考察しよう。ただし以下の検討においてリスク調整割引率は8%、無危険利子率は3%とする。

#### 3.3.1 NPV 差異の単純比較

プロジェクトの正味現在価値(NPV)は即時投資した場合、-235千円であったが、同じ算出前提により投資を1年待機した場合を求めると402千円に上昇する。2年待機の場合は575千円、3年待機の場合は526千円となる見通しである。NPVの差異をオプション価値とみると第2年目に投資する場合が最も大きい。これは投資実行が規定路線でタイミングのみを問題とする場合の最適タイミングである。

|                  | (千円) |      |      |      |
|------------------|------|------|------|------|
|                  | 即時投資 | 1年待機 | 2年待機 | 3年待機 |
| NPV              | -235 | 402  | 575  | 526  |
| NPV差異<br>(対即時投資) |      | 637  | 811  | 762  |

図表6 NPV 差異比較

#### 3.3.2 複数ヨーロッパ・コールの比較

次に期間の異なる複数のヨーロッパ・コールを比較する。原資産をプロジェクトPVとし、ブラック・ショールズ法を用いてリスク中立評価法により求める(「ブラックの近似化」)。

この原資産は、各年で開始した場合に予測される各々のプロジェクトPV(投資決定時期ベース)をリスク調整割引率でさらに第0年ベースに割り引いたものである。また権利行使価格については、厳密には投資時点から0年度までの割引率とドリフトとの関係がニュートラルになるよう調整すべきである。ここでは単純に投資額の投資時PVを用いた<sup>6)</sup>。

オプション価値は1年待機した場合477千円、2年待機の場合は562千円、3年待機の場合は510千円となる。オプション価値は第2年目に投資する場合が最も大きい。

NPVの単純比較を除いて原資産経路における不確実性(ボラティリティ $\sigma$ )を明確にしなければならない。ここではロジステック曲線の普及速度 $c$ を不確実性の源泉としてCopeland and Antikarov (1999)に従いプロジェクトPVの成長率をモンテカルロ・シミュレーションによって求め、 $\sigma = 15\%$ とした。

|   |  | 期間1年      | 期間2年      | 期間3年      |
|---|--|-----------|-----------|-----------|
| S | 原資産価格  | 7787.2    | 7392.5    | 6819.3    |
| X | 権利行使価格   | 8000.0    | 8000.0    | 8000.0    |
| r | 無危険利率  | 3.0%      | 3.0%      | 3.0%      |
| t | 権利行使までの期間  | 1.0       | 2.0       | 3.0       |
| σ | ボラティリティ  | 15.0%     | 15.0%     | 15.0%     |
| ↓ |  |           |           |           |
| V | コールオプション理論値  | 476.7     | 562.1     | 510.2     |
|   | d <sub>1</sub>   | 0.095227  | 0.016597  | -0.138293 |
|   | d <sub>2</sub>   | -0.054773 | -0.195535 | -0.398101 |
|   | $V = S \times N(d_1) - X \times e^{-rt} \times N(d_2)$   |           |           |           |
|   | $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \times t}{\sigma \times \sqrt{t}} \quad d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{t}$ |           |           |           |
|   | S 原資産価格(対象資産の現在価値) X 権利行使価格、<br>t オプション期間、r 無危険利率、σ 原資産価格に関する標準偏差<br>また関数N(d)は標準正規累積分布関数   |           |           |           |

図表7 複数ヨーロッパン・コール

3.3.3 アメリカン・コール

次にアメリカン・コールとして2項ツリーを用いて理論価格を求める。アメリカン・コールを定式化する場合には定率配当モデルとしてリスク中立評価法を用いるか、カスタマイズされたモデルを用いるか、まず考えなければならない。ここでは公告収入減などキャッシュフロー流出をモデルに取り入れたので、これにもとづき原資産経路をカスタマイズする。

原資産プロセスでは、プロジェクトPV(原資産)は第0年目の時点で7,765千円であるが、その期待値は第1年目8,436千円、第2年目8,675千円、第3年目8,669千円と伸長する。期待値の伸長率すなわちドリフトは第0年目から第1年目にかけて8.3%、第1年目から第2年目にかけて2.8%、第2年目から第3年目にかけて-0.1%となる。各ノードは原資産がこうした期待値に従うように再結合方式で組み立てる。

オプション算定プロセスでは最終年の各ノードのオプション価値を求め、順にノードをさかのぼる。アメリカン型であるので、各ノードでは利得の期待値と直ちにオプションを行使した場合の利得とを比較する。

その結果、オプションは第2年目の1つのノードと第3年目の2つのノードで実行される。当該ノードに至る確率は前者で42%、後者は65%である。またオプション価値は1056千円となるが、これはリスク中立法と資産経路の仮定等が異なるためである。

3.3.4 PVI等の指標活用

PVIはプロジェクトPVを投資額で控除したものである。即時投資のときPVI = 0.75、1年待機のときPVI = 1.24、2年待機のときPVI = 1.51、3年待機のときPVI = 1.62となる。

不確実性を考慮しない場合には先述の通り最適な権利行使タイミングで  $PVI = \frac{r}{r-g}$  がなりたつ。

今回は1年待機までの期間g = 8.3%なのでr = 8%を上回り待機の限界収入が待機の限界損失を上回る。また1年から2年待機まではg = 2.8%、2年から3年待機までの期間のg = -0.07%なので、最適PVIはそれぞれ1.54、0.99となる。プロジェクトPVが各年で大きく変動しているので正確な分析は難しいが、今回の場合、1年待機ではまだ早く3年待機では遅くなることがあることを示唆している。

|     |          | (千円)  |          |       |        |
|-----|----------|-------|----------|-------|--------|
|     |          | 即時投資  | 1年待機     | 2年待機  | 3年待機   |
| A   | NPV      | -235  | 402      | 575   | 526    |
| B   | システム投資額  | 8,000 | 8,000    | 8,000 | 8,000  |
| C   | PV(投資時点) | 7,765 | 8,436    | 8,675 | 8,669  |
| C/B | PVI      | 0.75  | 1.24     | 1.51  | 1.62   |
|     | PV伸び率g   |       | 8.29%    | 2.80% | -0.07% |
|     |          |       | リスク調整割引率 |       | 8%     |

図表8 PVIの算出

3.4 まとめ

オプション価値並びに投資タイミングの定量化について結果をまとめよう。第1に直ちに投資する場合に比較して待機することの価値はそれぞれ手法で確認された。第2に最適投資タイミングについては、各手法とも第2年目から第3年目にかけて最適な時期があることが示唆される。その中でアメリカン・コールによる定式化では投資に踏み切るノードと投資を控えるノードが明確化される利点がある。第3にオプション価値は絶対値についてはリスク中立評価法かカスタマイズ法か、ボラティリティなどのオプションパラメータの大小によって変わる面がある。しかし同一手法内であるならオプション価値の相対比較が可能で、投資タイミング把握に用いるなら問題ない。

どのような手法を用いるべきかについてはモデル内容と目的によって異なる。投資実行が既定でタイミングのみを問うのなら単純なNPV比較で十分である。また何時どういった状況で投資可否判断をすべきかを問題とするならばアメリカン・コールによる定式化を行なうのが良い。その

場合オプション価値についてはカスタマイズされた資産経路に従う場合だけでなく、リスク中立評価法によるもの併記するのが望ましい。

#### 4. 実践に向けての考察

リアルオプション分析を経てA専門学校が判断すべきこととは何だろうか。ただし最初に述べたとおりeラーニングについて、将来的に必ず実行に移すべき計画であることは既に確認されている。

リアルオプション分析を通じ待機価値は確認されたが、最適投資タイミングは環境によって変わりうる。この数値例の場合A専門学校は次年度予算にシステム投資を織り込むことは差し控え来年の予算策定時に改めて検討すべきだろう。また同業者の動向などに遅滞なく対抗できるように補正予算を組むことができればよい。

eラーニング推進という選択権は金融オプションと異なり契約によって保護されていない。選択権が実質的に失われないようにするには、態勢の準備を怠ってはならない。そのためにはバランスト・スコアカードを活用し学習と成長、業務システム、顧客の視点で今から推進すべきことを明確化することも有意義であろう。例えばEラーニング教材を製作できる教員数を増やすためのファカルティ・デベロップメント実施、支援スタッフ講習会の開催、教務システム上の課題の検討などを進めるのである。こうしてIT投資以外のeラーニング実施のための基盤整備を続け、環境変化を監視しながらIT投資タイミングを測る必要がある。

#### 結 論

本論ではタイミング・オプションの実践的活用の方向をeラーニングのモデル事例を用いて考察した。

タイミング・オプションの定式化には待機の利点と待機に伴う価値流出の双方を明確化しなければならない。モデル事例では利点をブロードバンド環境保有者の増加とし、これがロジスティック曲線に従うものとしてみた。また価値流出には広告効果の減少があったとした。またオプション価値と投資タイミングの定量化にあたり(1)投資時期毎のNPV差異把握(2)期間の異なる複数のヨーロピン・コール比較(3)アメリカン・コールとしての定式化(4)定量的指標活用といった手法を比較検討した。

また金融オプションと異なりリアルオプションは選択権

の確保・実行が契約によって保護されていない。選択権を実質的に確保するにはバランスト・スコアカード等を通じた適切な目標実行管理が必要である。

#### 注

- 1 依田高典 (2001)、P 125
- 2 このときブラック・ショールズなど解析法でオプション価値を比較する方法はブラックの近似化とよばれる。
- 3 Moore (1998), pp 203-219
- 4 McDonald and Siegel (1986)
- 5 Moore (1998), pp 208-211
- 6 単純な数値を用いたのは、厳密な方法とほぼ同じ結論が得られたからである。

#### 引用文献

- [1] 依田高典 (2001)『ネットワーク・エコノミクス』日本評論社
- [2] Benaroch, M., and R. J. Kauffman (1999) "A Case for Using Option Pricing Analysis to Evaluate Information Technology Project Investments", *Information Systems Research*, Vol 10, No 1, pp 70-86
- [3] Cox, Ross and Rubinstein (1979), "Option Pricing: a simplified approach", *Journal of Financial Economics*, Vol. 7 (October, 1979), pp 229-264
- [4] Copeland, Thomas, and Valadimir Antikarov (2001), *Real Options*, NY: Texere (邦訳『リアルオプション』 杉本克之監訳、2002年、東洋経済新報社)
- [5] Moore, William T. (1998), *Real Options and Option Embedded Securities*, (邦訳『リアルオプションと金融デリバティブ』加藤敦訳、2003年、エコノミスト社)
- [6] McDonald, Robert L. and Daniel Siegel, "The Value of Waiting to Invest," *Quarterly Journal of Economics* (November 1986), pp 707-728

付表1 NPVの算出（直ちに投資の場合）

| (単位：千円)        |        |        |        |        |       |       |       |       |        |
|----------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
|                | 0年目    | 1年目    | 2年目    | 3年目    | 4年目   | 5年目   | 6年目   | 7年目   | 8年目以降  |
| 付加価値額          |        | 1,434  | 1,992  | 3,659  | 5,730 | 7,922 | 8,268 | 8,451 |        |
| 登録単位数          |        | 241    | 690    | 1,755  | 3,045 | 4,401 | 4,593 | 4,695 |        |
| 修得単位数          |        | 217    | 621    | 1,580  | 2,740 | 3,961 | 4,134 | 4,226 |        |
| 単価(千円)         |        | 2.0    | 2.0    | 2.0    | 2.0   | 2.0   | 2.0   | 2.0   |        |
| 受験生への広告効果      |        | 1000   | 750    | 500    | 250   | 0     | 0     | 0     |        |
| 外部支出           | 8,000  | 4,800  | 4,800  | 4,800  | 4,800 | 6,800 | 6,800 | 6,800 |        |
| システム投資         | 8,000  | 0      | 0      | 0      | 0     | 2,000 | 2,000 | 2,000 |        |
| 教材作成スタッフ人件費    |        | 3,000  | 3,000  | 3,000  | 3,000 | 3,000 | 3,000 | 3,000 |        |
| ヘルプデスク人件費      |        | 1,200  | 1,200  | 1,200  | 1,200 | 1,200 | 1,200 | 1,200 |        |
| システム維持費        |        | 600    | 600    | 600    | 600   | 600   | 600   | 600   |        |
| 純付加価値          | -8,000 | -3,366 | -2,808 | -1,141 | 930   | 1,122 | 1,468 | 1,651 | 20,640 |
| 割引率            | 8.00%  | 1.000  | 0.923  | 0.852  | 0.787 | 0.726 | 0.670 | 0.619 | 0.571  |
| キャッシュフロー-現在価値  | -8,000 | -3,107 | -2,393 | -897   | 675   | 752   | 908   | 943   | 10,883 |
| NPV            |        | -235   |        |        |       |       |       |       |        |
| PV(NPV+システム投資) |        | 7,765  |        |        |       |       |       |       |        |
| 開講クラス数         |        |        | 5      | 10     | 20    | 30    | 40    | 40    | 40     |
| 開講単位数          |        |        | 10     | 20     | 40    | 60    | 80    | 80    | 80     |
| 受講環境保有学生数      | 600    | 964    | 1,379  | 1,755  | 2,030 | 2,201 | 2,297 | 2,348 | 2,374  |
| 受講環境保有学生比率     | 20%    | 32%    | 46%    | 59%    | 68%   | 73%   | 77%   | 78%   | 79%    |
| 登録単位数          | 0      | 241    | 690    | 1,755  | 3,045 | 4,401 | 4,593 | 4,695 | 4,747  |

付表2 アメリカン・コールとタイミング・オプション

| パラメータ         | 第0~1年    |          | 第1~2年   |          | 第2~3年     |         |
|---------------|----------|----------|---------|----------|-----------|---------|
| S             | 原資産価格    |          | 7,764.8 |          |           |         |
| X             | 権利行使価格   |          | 8,000.0 |          |           |         |
| r             | 原資産ドリフト  |          | 8.3%    |          | 2.8%      |         |
| WACC          | オプション割引率 |          | 8.0%    |          | 8.0%      |         |
| $\sigma$      | ボラティリティ  |          | 15.0%   |          | 15.0%     |         |
| u             | 上昇率      |          | 1.16    |          | 1.16      |         |
| d             | 下落率      |          | 0.86    |          | 0.86      |         |
| p             | 上昇の確率    |          | 75.0%   |          | 55.7%     |         |
| 1-p           | 下降の確率    |          | 25.0%   |          | 44.3%     |         |
| オプション価値       |          |          | 1056.9  |          |           |         |
| 資産プロセス        |          |          |         |          |           |         |
| 第0年           | 第1年      | 第2年      | 第3年     | 第3年      | 第3年       | 第3年     |
|               |          |          |         | 12,177.6 | 9,021.4   | 6,683.2 |
|               | $r=8.3%$ | $r=2.8%$ |         | 10,481.4 | $r=-0.1%$ | 6,683.2 |
| 7,764.8       | →        | 9,021.4  | →       | 7,764.8  | →         | 6,683.2 |
|               |          | 6,683.2  |         | 5,752.3  |           | 4,951.1 |
| オプション価値算出プロセス |          |          |         |          |           |         |
| 第0年           | 第1年      | 第2年      | 第3年     | 第3年      | 第3年       | 第3年     |
|               |          |          |         | 4,177.6  | 1,021.4   | 0.0     |
|               | ←        | ←        | ←       | 2,481.4  | ←         | 0.0     |
| 1,056.9       | ←        | 1,453.0  | ←       | 434.0    | ←         | 0.0     |
|               |          | 223.1    |         | 0.0      |           | 0.0     |
| 権利行使の有無       |          |          |         |          |           |         |
| 第0年           | 第1年      | 第2年      | 第3年     | 第3年      | 第3年       | 第3年     |
|               |          |          |         | 行使       | 行使        | 行使      |
|               |          |          |         | 行使       | 行使        | 行使      |
|               |          | 保持       |         | 保持       | 保持        | 保持      |
|               |          | 保持       |         | 保持       | 保持        | 保持      |