

《論 文》

戦後日本の数学教育政策に影響を及ぼした アメリカの数学教育の動向

今 井 敏 博

要 約

本研究の目的は、戦後日本の数学教育政策に影響を及ぼしたアメリカの数学教育の主な動向を分析することである。戦後日本の数学教育(算数教育を含む)に関する政策は10年ごとに出される学習指導要領により特徴づけられている。昭和30年以後の日本の数学教育は西側諸国を主導してきたアメリカの数学教育の動向に影響を受けてきた。本稿では、冷戦時代の宇宙開発競争に刺激された科学技術の急速な発展に伴う数学教育の現代化運動、現代化運動の行き過ぎへの反省後の主要課題となった Problem Solving の捉え方、連邦政府に代わってアメリカの数学教育の政策形成を行う全米数学教師協議会(NCTM)の「学校数学のためのカリキュラムと評価のスタンダード」とその後の「コモン・コア」を取り上げ、それらの取り組みの過程と実施の様相について述べる。

1. はじめに

今井(2005)は、算数・数学教育の変遷の概観を、江戸末期頃、明治時代から大正時代へ、数学教育改造運動とわが国の影響、戦後の歩み、最近の算数・数学教育の動向に分けて述べた。戦後の日本の算数教科書の原型として現在でも着目され続けている昭和初期の国定教科書『尋常小学算術』は、世界的な数学教育改造運動の精神を含めて作成された経緯について述べた。また、戦後日本の算数科、数学科の学習指導要領はアメリカの数学教育の動向に影響を受けてきたことも述べた。さらに、今井(2009)は、アメリカの数学教育の最大規模の学会である全米数学教師協議会の『学校数学のためのカリキュラムと評価のスタンダード』について紹介した。そこでは、スタンダードの意図する目標、スタンダードの内容、スタンダードの意義に分けて論述した。この略称「スタンダード」は、2008(平成20)年3月に公示された小学校学習指導要領算数科及び中学校学習指導要領数学科、2009(平成21)年3月に公示された高等学校学習指導要領数学科に間接的ではあるが影響を及ぼしたと思われる。

本稿では、戦後日本の数学教育政策、とりわけ学習指導要領算数科・数学科に影響を及ぼしたと思われるアメリカの数学教育の動向として、数学教育現代化運動、全米数学教師協議会のアジェンダ、略称「スタンダード」、略称「コモン・コア」について、それらの繋がりを含めて述べたい。

2. アメリカにおける数学教育現代化運動

(1) 現代化の起こり

アメリカでは、1929(昭和4)年の大恐慌以後、デューイの進歩的、民主的な教育思想をかかげた進歩主義教育協会派が著しく台頭し、アメリカ社会を民主的に再建していくことを理由と

して社会科が重要視されていた。算数・数学は、社会生活に用いるスキルを身につける教科とされていた。アメリカではすでに算数・数学の学力低下が懸念されていたが、戦後日本への教育政策としては、民主的な教育思想を定着させることが適切であるとアメリカは考え、具体化されていった。昭和20年代の日本の小学校算数科、中学校数学科は社会科の周辺教科として扱われていた。生活をコアとしてのカリキュラムであったことから、その学習は生活単元学習といわれている。

第二次世界大戦を契機に、数学は飛躍的に発展した。しかも、従来のように単に産業への応用にとどまらず、経済、管理行政、人間の行動決定に至るまで、目覚ましく適応さてるようになり、電子計算機の開発とオートメーション革命、冷戦時代の宇宙開発競争などが数学教育の現代化の起因としてあげられる。

(2) 現代化の展開

1955(昭和30)年に設置された大学入学試験機関(College Entrance Examination Board, CEEB)が現代化の指針に関する報告書を1959(昭和34)年に出している。そこでは「実用的な数学を学ぶ必要はない。この課程を学習すれば、生徒は必要ならば自分で学ぶ数学的能力をもつはずである」という前提を掲げている(日本数学教育学会1966)。すなわち、現代数学で扱われている重要なアイデアである集合、関係、関数(写像)、構造を中心として従来の算術、代数、三角法、立体幾何などのように分科されていたものを再構成しようとする趣旨である。その結果、ベクトル、複素平面、行列、微積分、代数系、確率・統計などが、また思考方法として演繹法が重視されている。

この報告書の線に沿って、ビーグルが指導者となり、National Council of Teachers of Mathematics(全米数学教師協議会、略称 NCTM)と Mathematic Association of America(アメリカ数学会、略称 MAA)の援助のもとにつくられた数学教育団体が School mathematics Study Group(略称 SMSG)である。この団体は、現代化の精神を踏まえた実験的なタイプ打ちの教科書を作成して実験を開始した。この教科書は、(1)カリキュラムを改善し、数学(現代数学)の基本的概念や数学の構造のより深い理解を与え、この基盤の上に基本的技能を伸ばす、(2)従来よりもはるかに多い学校数学の学習を指導する。(3)新しい数学を教えようとする教師にできる限りの援助を与える、という目標をおいてつくられた。日本においても、SMSGのセミナーが開催されている(日本数学教育学会 1966)。

学校数学のカリキュラム開発は数学者による上からの改革であったが、学習者の心理的根拠を与えようという動きもあった。教育心理学者ブルーナーを座長としたウッズホール会議がそれである。現代化の特徴となる教材において、小学校、中学校、高等学校などの発達の段階にそった提示方法をとれば理解が可能であるという考え方をまとめた。これはスパイラル方式といわれ、後にもこの用語は用いられている(Bruner 1960)。

ディーンズは、ブルーナーの提唱する提示方法として、様々な教具を開発し、高等な数学概念を低い年齢層の子どもたちに適応できる教具やゲームを示した(Dienes 1963)。

ピアジェとその共同研究者は、自らが提唱した発達段階を基盤にして、数の発達、量の発達

など、幼稚園の数、量、形の学び、学校数学(算数・数学)の学習を発達心理、教育心理の視点から提唱したことは、この時代だけでなく、後にも算数・数学教育の良い影響を及ぼしている(Piaget and Szeminska 1939) (Piaget and Inhelder 1941)。

(3) 現代化の反省

アメリカの数学教育現代化の象徴であった、SMSGの指導者ビーグルが、1958(昭和33)年からSMSGに専念してから、約20年に近い間の彼の研究を、彼の死後1年目の1979(昭和54)年に、ウイルソンとキルパトリックがまとめて出版した書物の目次は次のようである(Begle 1979)。編集のはしがき、はしがき、1. 数学と数学の対象の本質的な性格、2. 数学教育の目標、3. 教師教育プログラム、4. カリキュラム要因、5. 生徒の心理的要因、6. 学習環境、7. 教授法要因(計算機、CAI、コンピュータ、発見など)、8. テストの種類と方法、9. 問題解決、10. 反省と結論。ビーグルは、アメリカ数学会会長を行った数学者でありながら、SMSGの実験教科書の作成とその評価に後半生を捧げた。ビーグルの「私は、良い数学は何かということがわかったが、良い指導法は見出すことができなかった。」という言葉はこの時代の風潮を物語っている。現代化についての反省の気運はクラインの書物などで鮮明になった(Kline 1973)。SMSGの教科書は現代化の象徴でありながら、あくまで実験的教科書であり実際に広く使用されることはなかった。それは、抽象的な概念を含み、すべての子どもが学ぶ内容としては難解であったためである。しかし、理解能力のある成績の上位の子どもたちには有意義な内容であるとの判断から、集合、関係と写像、代数的構造、位相構造の基本的な考えを体系的、統合的に扱う教科書を作成する研究会がつけられた。その研究会は、コロンビア大学のフェア(H.F. Fehr)を主たる指導者とする中等学校数学教育課程改善研究会(Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study、略称 SSMCIS)である。1965(昭和40)年以來、教科書づくりを継続し、Unified Modern Mathematicsという教科書を作成し、コロンビア大学の出版会から出版した。日本数学教育学会の研究部の委員であった大野清四郎、佐々木元太郎、玉木和之は1974(昭和49)年11月に国際数学教育委員会と日本数学教育学会の共同開催として東京で開催されたICME-JSME 国際数学教育会議の会期中にフェアから全訳出版の承認を得た。1976(昭和51)年には、全6冊の日本語訳の書物が出版された(大野清四郎、佐々木元太郎、玉木和之 1976)。これは、数学教育現代化運動の具体を示す貴重な資料である。アメリカでは、1970年代の半ばから、すべての子どもたちに対して、基礎的技能を習得させることが中心課題となっていくた。また、基礎的技能の上にとどのような力を子どもたちに身に付けるかについて模索されるようになった。世界、とりわけ西側諸国をリードしていたアメリカの数学教育は、次の時代の在り方を探る取り組みが早いテンポで展開されていった。

3. 全米数学教師協議会(NCTM)のアジェンダ

(1) アジェンダが出されるまでの経緯

“An Agenda for Action”は、NCTMが、1980年代のアメリカの学校数学への勧告として刊行した冊子である。数学教育現代化の反省期において、学校数学教育に必要なことに関する大

規模な調査が National Science Foundation (全米科学財団, 略称 NSF) の援助を得た PRISM Project により行われた。対象は、大学の研究者、指導主事、学校長、学校教員など様々であったが、現代化の反省期において、基礎的技術の重視という反動的な動きに対して、方向づけを示した調査といえる。この結果は、“Priorities in School Mathematics” という冊子にまとめられている (NCTM 1980a, 1980b)。

(2) Agenda の勧告

Agenda は 8 つの勧告といくつかの小勧告からなっている。勧告、主な小勧告、及びそれらの注釈を次に記す。

「勧告 1 : 問題解決は 1980 年代の学校数学の焦点とならなければならない。」

現実の世界において直面する数理科学それ自身の未開拓の分野を切り拓く問題を解決しながら、数学を現実世界に応用するということを示していると思われる。

「1・1 : 数学のカリキュラムは、この意味での問題解決を中心として編成されなければならない。」

このほか 1・6 までの勧告をあげ、例えば、「応用から孤立した計算技術は問題解決ではない」という表現のように、探究的な態度、知的な推測、創造的活動という児童・生徒の活動を図ることを促している。

「勧告 2 : 数学における基礎的技術の概念は計算を一層容易にするものでなければならない。」

「2・2 : 何が基礎的であるかは、全米数学視学官協議会 (NCSM) が基礎的技術についての見解でまとめられている。」

「2・6 : 理論的推論、情報の処理及び意思決定という高度の精神的過程は、数学の応用にとって基本的であると考えなければならない。数学のカリキュラムと教師は、目的として、論理的手順、概念及び言語の開発を図るべきである。」

ここでは、定義を理解し、その上で証明については形式にこだわらないことなど学習者の心理面への教師の配慮など、学習者の情意形成への配慮を伺うことができる。

「勧告 3 : 数学のプログラムは、計算機とコンピュータの偉力をすべての学年レベルで十分に利用しなければならない。」

コンピュータや計算機をカリキュラムに取り入れ、コンピュータの役割と強力な効果を子どもたちに熟知させ、使用できるようにするとともに、まず教師が指導できる必要がある。これからの時代をコンピュータ時代と予見し、12項目の小勧告を示している。

「勧告 4 : 数学の指導においては有効さと能率の良さについて厳重な基準がなければならない。」

これについては 4 つの小勧告をあげているが、主な内容をまとめると次のようである。

教師は、次のような様々な教授方略、指導内容、および教材としての資料を用いなければならない。それらは、個別学習、小グループおよび大グループにおける学習、いろいろな教授媒体 (OHP, VTR, ビデオデスク, カセットフィルム, スライド, TV, コンピュータ, プログラム学習用ソフトなど) についての計画された利用、基本的内容の学習と発見的・探究的学習の両面の授業

構成である。

「勧告5：数学プログラムと児童・生徒の学習の成功度は、因襲的なテストよりも一層広範な測度によって評価されなければならない。」

主な小勧告は次のようである。

「5・1：数学学習の評価は、技能、問題解決およびその解決過程を含めて、全範囲にわたるプログラムの目標を含まなければならない。」

「5・3：教師は多様な評価技術の利用について十分に知り、それに習熟するようになるべきである。そのために現職教育が必要である。また、教師は適切な診断技術と能力とを身につけ、治療法を確立すべきである。」

「5・4：種々の問題解決能力の長期にわたる重要な評価法が開発されるべきである。問題解決技能の獲得は長期の過程であり、短期の測度では単独には評価されるものではない。」

「5・5：数学指導に用いる教材が適切であるかについての評価は、プログラムを企画する上で本質的な面とならなければならない。」

「5・6：数学教師は、数学のプログラムを改善するのに必要な構成要素として、継続して評価を受けなければならない。」

「5・7：資金提供機関は、数学カリキュラムの中で問題解決を強調するための研究と評価をサポートすべきである。」

勧告5については、評価の重要性、問題解決能力評価の長期にわたる実施の必要性を示している。

「勧告6：数学のより多くの学習は、すべての児童・生徒にとって必要である。そして、広範囲の選択の自由をもつ柔軟なカリキュラムは、児童・生徒の多様な必要性に適応されるように企画されなければならない。」

数学が世界において重要性をもち、各個人にとっても数学の能力は、有意義で生産的な人生にとって不可欠なものである。後期中等学校においては選択必修であるが、すべての者に中等教育を受けさせる上で、適性、能力、関心に応じた柔軟性のあるカリキュラムとすべきであることをここでは示唆している。単に数学だけでなく数学的なアイデアと手段を実生活の問題解決に用いるようにすることを強調している。また、小学校の初等数学の配当時間を毎週低学年で最小でも5時間、高学年では7時間に、第9学年から第12学年に間の4年間は子どもに応じた数学を学習させるようにすることも示している。問題解決を強調するカリキュラムは、内容の目標に対してだけでなく教授過程の目標に到達するために適した系列になるようにし、すべての子どもたちの学習意欲を喚起するようにすべきとしている。このすべての子どもの学習意欲の喚起を強調している点は着目点である。

「勧告7：数学教師は、自分自身と同僚とに高度な専門性を要求すべきである。」

ここでは、数学教師に数学教育について高度な専門的な学識と才能とリーダーシップをもつこと、動機づけし、改善しようとする同僚に支持を与えることができること、子どもたちと社会のための態度と仕事の面で専門的なレベルを確保することを要求している。そのために、自

己研修、現職教育(大学やNCTM)をうけ、立派な数学教師になるべきであり、MAA, NCSM, NCTM という数学、数学教育に関連する組織は教員免許状の条件を整備することが小勧告などで述べられている。

「勧告 8：数学教授への一般大衆の支持は、個人と社会への数学的理解に対する重要性と同等なレベルまで引きあげられなければならない。」

数学教育の向上を図るには、一般大衆の数学教師への尊敬と社会の支持がなければ達成できない。そのためには、有能な数学教師をそろえる必要があり、中央・地方政府が有能な教師の養成と彼らが学校に留まるように経済的・社会的な処遇を厚くする必要があるとしている。これらが3つの小勧告として示されている。

(3) 第1勧告の「問題解決(Problem Solving)」について

日本における1947(昭和22)年、1951(昭和26)年の学習指導要領(試案)の中に「問題解決」という用語が用いられている。この学習指導要領は、アメリカの支配下において作成され、日本に民主主義を定着すべく、社会科を中心としたコアカリキュラムの視点から日常の問題事象を解決するという意味で、「問題解決」という用語が用いられている。デューイの経験主義的な教育観に基づいたものである。それに対して、1980(昭和55)年のアメリカのNCTMの“An Agenda for Action”は、多様化した時代背景の中で、世界を誘導している大国アメリカが学校での初等中等数学教育の中核に何を据えるかという問いの中で作成されたものである。

このAgendaの第1勧告で、問題解決が1980年代の焦点とされて以後、アメリカはもちろんのこと日本や西欧諸国の数学教育界は、数学的問題解決に関する研究が中心となった。数学的問題解決の研究は、ポリアの“How to solve it?”の問題解決の4段階が基本とされている(Polya 1944)。NCTMが出版した数学教育研究の指針を示した書物“Research in Mathematics Education”にもProblem Solvingに関する内容が含まれている(Shumway ed. 1980)。また、NCTMの1980年報はAgendaを会員に理解させるような内容となっている(NCTM 1980c)。“An Agenda for Action”はNCTMが連邦政府に代わって策定したアメリカの数学教育政策であると捉えられる。

1980年代のアメリカの数学教育の研究と実践は数学的問題解決一色であったといっても過言ではない。これは、現代化の反省として唱えられた“Back to Basic”というスローガンの脆弱さとその反動として、アメリカが超大国としてあり続けるための数学教育政策の主軸の発見であったからであろう。

1980(昭和55)年から1982(昭和57)年にわたって実施された第2回IEA(International Association for the Evaluation of Educational Achievement of Mathematics, 国際数学教育到達度評価学会)国際数学教育調査(23か国26機関)の結果では、日本の成績(達成度)はアメリカよりもはるかに上位であったが、算数・数学が好き、算数・数学学習が楽しいという割合はアメリカが上位で日本は下位であった(国立教育研究所 1981, 1982, 1983)。日本の数学教育の研究者はアメリカの数学的問題解決の書物の翻訳を行い、その内容を日本に取り入れようという動きが顕著になる。一方、アメリカは、日本の学習指導要領のように国全体に共通した基準を設定し、それにより学校数学

の成績(達成度)の国際的な順位を高めるべきであるという気運が高まっていく。このようにして NCTM が学校数学の基準を設けていく取り組みを始めることになる。

4. 全米数学協議会(NCTM)『学校数学のためのカリキュラムと評価のスタンダード』

(1) スタンダードが生まれるまでの経緯

NCTM は、1989(昭和64)年3月に『学校数学のためのカリキュラムと評価のスタンダード』(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, 略称 スタンダード)を発表し、約8万人の会員に配布した。

1984年に NCTM 理事会は作業グループを作ることを決め、1986(昭和61)年には学校数学のためのスタンダードの作成委員会(委員長 Thomas A. Romberg)が結成された。1987(昭和62)年10月には、原案を完成し、教育関係者のみならず、産業、ビジネス、貿易、他の専門団体などに配布して意見を聞いた。1988(昭和63)年の春のシカゴで行われた NCTM の 66th 年次大会(全米大会)では多くのセッションで討議された。また、NCTM は、州の学校関係管理者や指導主事により構成されている協議会(National Council of Supervisors of Mathematics, NCSM)や教科書出版社にも意見を聞いている(Research Advisory Committee of the NCTM 1988)。1988(昭和63)年秋には、スタンダードの原稿が理事会で確認されると同時に10を超える数学の団体や20を超える教育団体の支持を依頼している。このような経過を経て、1989年3月に記者発表を行い、4月オーランド(フロリダ)で行われた NCTM の 67th 年次大会で参加者に配布した(NCTM 1989)。

(2) スタンダードの意図する目標

産業社会が必要とする労働を提供する上で、算数・数学教育が十分に答えていないことが、1980(昭和55)年の国際的な調査結果から唱えられるようになった。社会情勢への要請に対して、それを支える学校数学教育水準が著しく低い状況にあった。このような状況の中で出されたスタンダードは、子どもたちの学校数学に関する資質を保証すること、算数・数学教育が社会になすべき目標を示すこと、算数・数学教育が社会の変化へ対応していくことを保証することを主要な目標としている。スタンダードは、質の高い学校数学プログラムに対する基準、学習されるべき算数・数学に必要な教育条件、児童・生徒の学習の進歩とカリキュラムの評価方法を記述しているといえよう。州ごとに基準が異なることから、アメリカという国の水準を高めることを意図した NCTM の取り組みと捉えられる。

当時 NCTM の会長であったフリエ(S.M. Frye)は、1980(昭和55)年の Agenda は米国学校数学の変容へのステージを設定し、1989(昭和64)年のスタンダードは州や各地方の教育機関がカリキュラムや評価を設定するための基準を示していることを述べている(Frye 1989)。

スタンダードにおいて、社会的目標として①数学的に教養のある労働者であること、②生涯学習を實踐できること、③機会均等であること、④十分な情報をもち適切な判断ができる選挙民であること、の4点が示されている。社会が学校に期待することとして、①数学的な教養をもつ機会を用意すること、②子どもたちの学習を拡張することができること、③等しく学ぶ機会をもつこと、④テクノロジー社会における論点を理解できる情報をもつ市民になること、の

4点が示されている。K-12学年(幼稚園～12学年)の子どもたちの学習に対する主要な目標として、①数学を尊重することを学ぶ、②数学をする自分の能力に自信をもつようになる、③数学的問題解決者となる、④数学的にコミュニケーションすることを学ぶ、⑤数学的に推論することを学ぶ、の5点が示されている。

(3) 学習内容のスタンダード

ここでは子どもたちの数学に関する活動は教師の問題設定から生じること、学習は子どもたちが数学に関する活動を行い積極的に数学学習に参加することを通して生じし成立することが、根底に置かれている。また、子どもたちは情報を同化し、自分自身で数学的な意味を組み立てるという構成主義的な学習がここでは期待されていると思われる。K-4学年のカリキュラムスタンダードは、1. 問題解決としての数学、2. コミュニケーションとしての数学、3. 推論としての数学、4. 数学的つながり、5. 見積もり、6. 数のセンスと数表現、7. 整数の演算の概念、8. 整数の計算、9. 幾何と空間のセンス、10. 測定、11. 統計と確率、12. 分数と小数、13. パターンと関係、である。5-8学年のカリキュラムスタンダードは、1. 問題解決としての数学、2. コミュニケーションとしての数学、3. 推論としての数学、4. 数学的つながり、5. 数と数の関係、6. 数系と数論、7. 計算と見積もり、8. パターンと関数、9. 代数、10. 統計、11. 確率、12. 幾何、13. 測定、である。9-12学年のカリキュラムスタンダードは、1. 問題解決としての数学、2. コミュニケーションとしての数学、3. 推論としての数学、4. 数学的つながり、5. 代数、6. 関数、7. 総合的視点からの幾何、8. 代数的視点からの幾何、9. 三角法、10. 統計、11. 確率、12. 離散数学、13. 微分積分の概念的基礎、14. 数学的構造、である。いずれにおいても、1. 問題解決としての数学、2. コミュニケーションとしての数学、3. 推論としての数学、4. 数学的つながり、の最初の4点は共通した項目が設けられている。これらは、学習内容というよりは、学習方法的であり、これらが具体的な内容と並列的に組み込まれ、しかもどの学年でも設定されているところが特徴的である。

(4) 評価のスタンダード

評価のスタンダードは14の項目が挙げられており、それらは3つのカテゴリーに分けられている。

〈評価一般〉

1. 同調、2. 情報の多元的源泉、3. 適切な評価方法と使用

〈生徒への評価〉

4. 数学的な力、5. 問題解決、6. コミュニケーション、7. 推論、8. 数学的概念、9. 数学的手続き、10. 数学的気質

〈プログラムの評価〉

11. プログラム評価のための指示器、12. カリキュラムと指導のための資源、13. 指導(教授)、14. 評価チーム

評価スタンダードは、カリキュラムスタンダードを現実のものにする過程において有効に用いられる。そこでは、生徒の評価も教授に不可欠であること、評価方法には多面的な手法が用いられること、数学的知識のすべての面とそのつながりが評価されること、教授とカリキュラムはプログラムの質の判断の考察に用いられるべきことが提案されている。はじめに示されているカテゴリーである〈評価一般〉に関しては、どんな形式の評価やプログラム評価にも関係ある原理が述べられている。そこでは、次の生徒への評価はカリキュラムスタンダードから引き出されたものであること、評価されるべき数学的知識を示すこと、プログラム評価については学校での数学プログラムがどの程度スタンダードと整合しているかに関する評価を行うものであることなどが示唆されている。具体的には、「4. 数学的な力」については、次のような記述がなされている。

「児童・生徒の数学的知識の評価は、次のものを含むべきである。

- 数学内及び他の学問での問題を解決するために知識を応用する能力
- アイデアをコミュニケーションするための数学的言語を使う能力
- 推論し分析する能力
- 概念と手続きの知識と理解
- 数学に対する気質
- 数学の本性の理解

数学的知識はこれらの諸側面を統合する。」

(5) スタンダードの意義

NCTM「学校数学におけるカリキュラムと評価のスタンダード」における特徴的な提案は次のようである。

- テクノロジー社会におけるすべての人のための数学的力、問題解決・コミュニケーション・推論など人間が活動するものとしての数学、及び広い範囲の内容の結合や多様な文脈や工夫されたつながりを含むすべての人のための数学カリキュラムについての新しい見方を示していること
- 活動的で構成的な過程としての数学学習、日常や実社会に関する問題に基づく指導という視点で教授・学習過程を展開することを強調していること
- カリキュラムについての基準と、指導・学習に関するプログラムを改善する手段としての評価の基準を一体として捉えることを示していること

アメリカの数学教育改革は、Mathematics Science Education Boardの“Everybody Counts”において主軸が示されている(Mathematics Science Education Board et al. 1989)。このスタンダードは具体案を含めて示した点でともに意義深いものである。算数・数学教育実践に大きな指針を示すとともに、算数・数学教育研究者の研究テーマが多く含まれていることもアメリカだけでなく、多くの国の算数・数学教育研究に影響を及ぼしたといえる。

スタンダードが1989(昭和64)年に発刊されて以後、このスタンダードを具現化した文献や発展的に扱った文献が次々と発刊された。1989(昭和64)年のスタンダードが、児童・生徒の学習

内容と学習活動に主眼が置かれていたこともあり、1991(平成3)年には、教師の指導に主眼が置かれた文献“Professional Standards for Teaching Mathematics”が発刊された(NCTM 1991)。また、1989(昭和64)年のスタンダードの中に評価のスタンダードが含まれているがそれをさらに充実させる意味で1995(平成7)年に評価の観点と評価方法に特化した“Assessment Standards for School Mathematics”が発刊された(NCTM 1995)。1998(平成10)年にはスタンダードの根底に内在する原理を示すための議論の素材としての文献“Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft”が配布された(NCTM 1998)。ここでは、公平さの原理、学校数学カリキュラムの原理、指導(教授)の原理、学習の原理、評価の原理、テクノロジーの原理についての考察が試みられている。この文献による様々な議論をもとにして、2000(平成12)年に“Principles and Standards for School Mathematics”が発刊された(NCTM 2000)。ここでは、Discussion Draft の上記5つの原理に加えて、学習内容と学習過程に関する原理、さらに、それらが段階として就学前から第2学年、第3学年から第5学年、第6学年から第8学年、第9学年から第12学年の4つに分けられて示されている。この文献は、1989年のスタンダードが、約10年間の経過を経て議論され実践的にも検討されてきたものをもとに、算数・数学教育実践の原理としてまとめられた文献といえよう。2003(平成15)年には、2000(平成12)年の文献で示されていることを算数・数学教育研究という文脈でまとめられた“A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics”が発刊された(NCTM 2003)。2005(平成17)年には、就学前、第1学年から第12学年までの学年ごとの学習プロセスやスタンダードの内容項目に関する調査結果を示した文献“Standards and Curriculum: A View from the Nation”が発刊された(NCTM & ASSM 2005)。これは、National Council of teachers of Mathematics(NCTM)と Association of State Supervisors of Mathematics(ASSM)の共同プロジェクトの報告書である。

このように、1989(昭和64)年のスタンダードはその後の算数・数学教育の研究と実践の動向の指針となったと考える。NCTMは算数・数学教育の具体的な教材例を学校教師に適時提供するため、教材や指導法に関する書物をも独自に発刊している。

1980(昭和55)年の第2回国際数学教育調査のアメリカの結果が、中学生、高校生ともに国際的な比較の中でよくなかったという状況の中、レーガン大統領の教育改革についての演説がなされ、“Nation at Risk”(『危機に立つ国家』)が発刊された(National Commission on Excellence in Education 1983)。それらは、統一したカリキュラムの必要性と数学教育の水準維持の気運の高まりにつながった。アメリカはもともと全国的に統一したカリキュラムをもたない国である。州や学区ごとに自由にカリキュラムを決めて教科書を選択して授業が行われてきた。スタンダードは国家的カリキュラムではなく、NCTMというアメリカ最大の数学教育の団体が提案したカリキュラムである。NCTMの年次大会は、毎年数千人の参加のもと主要都市で開かれ、また、季節ごとの研究大会が西部中部東部の地域で開かれている。このNCTMが国や各種団体の支援をうけて作成したスタンダードはほとんどの州に浸透していった。

また、世界の多くの国々はアメリカのスタンダードを吟味し、自国なりに解釈した上で取り入れていった。日本の数学教育の研究者もスタンダードを学会誌や研究誌に紹介した。

スタンダードで示された項目「問題解決としての数学」「コミュニケーションとしての数学」「推論としての数学」「数学的なつながり」は、日本の算数・数学教育研究者や実践的研究者に着目され、研究対象にもなった。日本では、2008(平成20)年改訂学習指導要領において、算数科、数学科では、「言語としての数学」、「思考力・判断力・表現力」という用語がキーワードとして用いられている。これらの用語は、「問題解決としての数学」、「コミュニケーションとしての数学」、「推論としての数学」、「数学的なつながり」と密接に関連していると考えられる。これらの用語は、学習過程や学習方法に関する用語である。アメリカの数学教育の取り組みが日本の数学教育政策に影響を及ぼしている具体的な例であると考えられる。

5. コモン・コアと NCTM の対応

(1) コモン・コアについて

2014(平成24)年7月にオバマ大統領は優先分野の1つである労働力向上に向けて、労働力革新・機会法に署名した。連邦の職業教育・訓練事業を包括的に定めた同法は、従来の労働力投資法を16年ぶりに改正するもので、規定される事業や所管官庁などの大枠は旧法と変わらないものの、労働力形成を地域の経済発展や労働需要と対応させる方策の策定など、新たな時代に即した変更も加えられている。21世紀に必要なとさせる労働力形成の柱として、州や高等教育界に期待を促すものである。このような時代の流れの中、教育改革の政策ツールとして進められてきたのが、学校や学区の教育成果を測定するための教育課程基準である。多くの州に共通する基準となる教育課程基準モデルが、共通基礎スタンダード(Common Core State Standards, 略称コモン・コア)である。2010(平成22)年の発表当初、9割の州で採用されたものの、2014(平成26)年には共和党主導のいくつかの州が撤退する動きを見せた。それでも8割の州はコモン・コアを自州の教育基準として維持している。2013(平成25)年には理科の基準モデル(NGSS)が発表されている。コモン・コアは、2010(平成22)年、全米州知事会センター(The National Governors Association Center for Best Practices, NGA Center)と州教育長協議会(The Council of Chief State School Officers, CCSSO)を中心として、各州の協力により開発・公表された英語と数学に関する教育課程基準のモデルである。教育課程を含めて教育全般に関する第一の権限は州にあることから、コモン・コアを導入するか否かは各州が決定する。多くの州が開発段階から関わっていたという経緯や、開発に当たって州知事や州教育長が連名でコモン・コアの導入への誓約書を提出していたことから、ほとんどの州が導入する方向で進んでいる。しかし、コモン・コアに対応した学力テストの導入については様々である(文部科学省 2015)。

(2) コモン・コアに対する NCTM の対応

NCTM は、An Agenda for Action (1980)から30年が経過し、Principles and standards for School Mathematics(2000)を作成した目的と同じくして、The Common Core State Standards が、The National Governors Association Center から出されたことを、数学教育が州を超えて統一化していく上で歓迎している。そして、幼稚園から後期中等学校までの数学学習に関するコモン・コア数学(Common Core State Standards for Mathematics, 略称 CCSSM)を紹介するために

ガイドブックを作成した(NCTM 2010)。そこでは、コモン・コア数学と NCTM がそれまでに出した K-12のスタンダードとの間の共通点をあげ、NCTM はコモン・コア数学とスタンダードとは共通の土壌の上にあると解釈し、コモン・コア数学を支援し、発展させるための取り組みを開始した。コモン・コア数学は、数学教育における「過程と習熟」(processes and proficiencies)を強調しており、それは NCTM の Principles and Standards における数学学習プロセスに関するスタンダードと同様であるとしている。そして、コモン・コア数学が取り上げている次の8点に着目している。それらは、1. 問題の意味を理解し、粘り強く問題解決にあたる、2. 抽象的にも量的にも理由づけること、3. 他の人と実行可能性を見出し、根拠を批評しあう、4. 数学的にモデル化する、5. 適切なツールを方略的に用いる、6. 正確さを追求する、7. 構造を探し利用する、8. 根拠を繰り返して考え、規則性を見つけ表現する、である(NCTM 2011)。

国際的な数学と理科の調査(The Trends in International Mathematics and Science Study, 略称 TIMSS)では、その2007(平成19)年実施の TIMSS2007 は1995(平成7)年から4回目にあたる。TIMSS2007 においては、4学年、8学年ともに、アメリカの数学の成績は参加国(地域を含む)の平均よりも高かった。4学年のアメリカの数学の成績は、測定結果が比較できない4か国(地域)を除いた35か国(地域を含む)のうち23か国よりも上位であったが、アジアとヨーロッパの8か国(地域を含む)よりも低かった。8学年のアメリカの数学の成績は、測定結果が比較できない5か国(地域)を除いた47か国(地域を含む)のうち37か国よりも上位であったが、アジアの5か国(地域を含む)よりも低かった。総評として、アメリカの数学の成績は4学年、8学年とも2007(平成19)年の結果が1995(平成7)年の結果よりも高かった(国立教育政策研究所編 2009)。OECD の実施した国際的な調査 PISA (The Programme for International Student Assessment)は社会において知識を活用していくための能力に焦点をあてた15歳児対象の調査である。2012(平成24)年実施の調査は、数学的リテラシーを重点化した調査であり、65か国/地域が参加した。アメリカは65か国/地域中で36位であった。2012(平成24)年実施と同様に数学的リテラシーが重点であった2003(平成15)年調査では、アメリカは40か国/地域中で28位であった(国立教育政策研究所 2013)。これらから、アメリカの結果は、算数・数学の基礎学力の到達度をみる TIMSS は上昇している傾向であるものの、社会における数学の活用力をみる PISA では国際的に上位に入りこめていない状況である。

このような状況の中、NCTM はスタンダードの延長上でコモン・コア数学を扱うことによって、すべての子どもたちの算数・数学の学力の平均的な向上を目指して“Principles to Action”という書物を出した(NCTM, 2014)。

2010(平成22)年にはコモン・コア数学は45州でとり入れられており、NCTM が、An Agenda for action 以来25年にわたって取り組んできたすべての子どもたちに高い数学レベルを達成させるという目的に向かう歴史的な動向である。NCTM は、公平な教育として、カリキュラム、教材、教育技術、評価、教師の専門性のための本質事項を整理し、教師に提供し、すべての子どもたちに反映されるために Principles to Action を出したと考えられる。そこでは、すべての子どもたちに効果的な数学指導を行うための留意点として、5つをあげている。

それらは、1. 概念的理解(操作や関係性などの概念を関連付けて理解すること)、2. 手続き的な流暢さ(問題を解くために使用する手続きの意味を知ったうえで柔軟に使用すること)、3. 方略を用いる能力(数学的な問題を解くにあたって式をつくり、それを表現する力を身に付けること)、4. 適応する理由(論理的に考え、自分の考えを正当化する力)、5. 生産的な性向、である。コモン・コア数学の8項目は、上の5項目と目標とするところは同様である。これらを実現するために、子どもたちが、数学を学習するための価値をもち、数学的な問題解決に対して短期的にも長期的にも前向きに意欲をもってとり組む動機づけをもつことを内在的な目標としている点は着目できる。数学の学習に興味をもつことや好奇心をもつことは、生涯に必要な数学に対する肯定的な態度を身に着ける上で重要である。NCTMは、数学の指導と数学の学習についての信念に着目し、信念を生み出す指導方法と信念を生み出さない指導方法を比較して示し、教員の教育実践に活用されるように示している。

6. おわりに

戦後の日本は、アメリカの指導の下、昭和20年代は生活単元学習の時代といわれ、昭和20年代の終り頃では算数・数学に関する各種団体から算数・数学の学力の向上が熱望されるようになった。算数・数学を担当する教員が独自に主催する研究大会だけでなく、学会組織である日本数学教育学会、都道府県の教育委員会関係局が設定する算数・数学教員の研究会の連携による地域ごとの研究大会(例 近畿算数数学教育研究大会)も開催されるようになった。昭和30年代になって、算数科では、数と計算、量と測定、関数、数量関係、中学校数学科では、数・式、関数、図形、確率・統計の領域に基づいた学習指導要領が示された。これらは、それ以後の原型というべき教育課程であると考えられる。

その後、アメリカを中心とする西側諸国の数学教育現代化運動も影響を受け、小学校算数科では1968(昭和43)年改訂学習指導要領、中学校数学科では1969(昭和44)年告示学習指導要領、高等学校では1970(昭和45)年改訂学習指導要領においては、集合、位相などの現代化教材が豊富に取り入れられた教育課程となった。数学教育現代化の反省時期においては、日本は「ゆとりと充実」、「基礎・基本の重視」、「個性・能力に応じた教育」がキーワードとなる。1989(平成元)年改訂中学校学習指導要領の数学科において、新たに「課題学習」が設定された。アメリカでは、NCTMから1980(昭和55)年に“An Agenda for Action”が出され、第1勸告としてProblem Solvingが主要課題として示された。日本の数学教育の研究者はProblem Solving(問題解決)に関する教材、学習過程など種々の研究を重ね、算数・数学教育を実践する教師は問題解決に関する授業設計について議論するようになった。このような問題解決に関する気運の高まりの中、中学校数学科の学習指導要領の中で「課題学習」という用語が問題解決を意図して用いられたことは、アメリカの数学教育の影響が日本の数学教育政策に見える形で表現された例といえよう。

アメリカの数学教育は1989(昭和64)年にNCTMによりスタンダードが提案されて以後、すべての子どもたちのための数学教育、いわば公平性への方向に向かう。日本の数学教育政策としての学習指導要領は当初からすべての子どもたちの算数・数学の学力の確保が主眼に置かれ、

学年ごとに扱う学習内容の記述がほとんどである。アメリカのスタンダードやコモン・コア数学においては、数学教育の達成目標や達成基準の中に数学的コミュニケーション能力の育成、批判的思考力の育成、信念や自信の形成など数学の学習内容以外の事柄が幅広く設定されている。このことが数学教育の研究者により日本の教育実践現場だけでなく教育行政にも紹介されるようになり、近年の学習指導要領や次期学習指導要領においては、子どもたちの学習過程や学習活動に関する用語も含まれるようになってきた。今後の日本の数学教育政策はアメリカの数学教育の動向を追従するだけでなく、それらを日本の子どもたちの現状に適合する形で取り入れて作成されることが望まれる。そのためには、数学教育の研究、実践、行政が交流する中で、数学教育政策の策定がなされていくことが重要であると考えられる。

引用・参考文献

- Begle, E.G. (1979) *Critical Variable in Mathematics Education: Findings from a Survey of the Empirical Literature*, Mathematics Association of America & National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Bruner, J. (1960) *The Process of Education*, Harvard University Press.(=1961, 鈴木祥蔵・佐藤三郎訳『教育の過程』岩波書店)。
- Dienes, Z.P. (1963) *An Experimental Study of Mathematics Learning*, Hutchinson Publishing Group Ltd.(=1977, 赤堀也監訳『ディーンズ選集 全6巻』新数社)。
- Frye, S.M. (1989) The NCTM Standard Challenges for All Classrooms, *Mathematics Teacher*, 82, 312-317.
- 今井敏博(2005)「算数・数学教育の変遷の概観について」『同志社女子大学現代社会学会現代社会フォーラム』1, 83-90。
- 今井敏博(2009)「全米数学教師協議会『学校数学のためのカリキュラムと評価のスタンダード』とその意義について」『同志社女子大学現代社会学会現代社会フォーラム』5, 29-39。
- Kline, M. (1973) *Why Johnny Can't Add? The Failure of the New Math*, ST. Martin's Press Inc. (=1976, 柴田録治訳『数学教育現代化の失敗 ジョニーはなぜたし算ができないか』黎明書房)。
- 国立教育研究所編(1981)『中学・高校生の数学の成績』第一法規。
- 国立教育研究所(1982)『中学・高校生の数学の成績と諸条件』第一法規。
- 国立教育研究所(1983)『中学生の数学成績と教師の指導法』第一法規。
- 国立教育政策研究所編(2009)「TIMSS2007 算数・数学教育の国際比較—国際数学・理科教育動向調査の2007調査報告書」国立教育政策研究所ホームページ(2016年4月9日取得, <http://www.mext.go.jp>)。
- 国立教育政策研究所編(2013)『生きるための知識と技能 OECD生徒の学習到達度調査(PISA)2012年調査国際結果報告書』明石書店。
- 文部科学省(2015)『諸外国の教育動向2014年度版』明石書店。
- Mathematics Science Education Board et al. (1989) *Everybody Counts. A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education*, National Academy Press.
- National Commission on Excellence in Education (1983) *A Nation at Risk: The Imperative for Educational Reform*, U.S. Government Printing Office. (=1984, 橋爪貞雄『危機に立つ国家—日本教育への挑戦』黎明書房)。
- National Council of Teachers of Mathematics (1980a) *Priorities in School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (1980b) *An Agenda for Action*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (1980c) *Problem Solving in School Mathematics*, The 1980 year book of NCTM, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989) *Curriculum and Evaluation Standards for School*

- Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991) *Professional standards for Teaching Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995) *Assessment Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (1998) *Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000) *Principles and Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (2003) *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics & Association of State Supervisors of Mathematics (2005) *Standards and Curriculum: A View from the Nation*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (2010) *Make It Happen A Guide to Interpreting and Implementing Common Core State Standards for Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (2011) *Administrator's Guide Interpreting the Common Core State Standards to Improve Mathematics Education*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics (2014) *Principles to Action Ensuring Mathematical Success for All*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- 日本数学教育学会(編)(1966)『数学教育の現代化』培風館。
- 大野清四郎・佐々木元太郎・玉木和之訳(1976)『現代の統合数学 I・II・III』新数社。
- Piaget, J. & Szeminska, A. (1941) *La Genese du Nombre Ches L'enfant*, Delahaux & Niestle S.A. (= 1962, 遠山啓・銀林浩・滝沢武久訳『数の発達心理学』国土社)。
- Piaget, J. & Inhelder B. (1941) *Le Developpement des Quantites hes L'enfant*, Delahaux & Niestle S.A. (= 1965, 滝沢武久・銀林浩訳『量の発達心理学』国土社)。
- Polya, G. (1944) *How to Solve it ?* (= 1954, 柿内賢信訳『いかにして問題を解くか』丸善出版)。
- Research Advisory Committee of the National Council of Teachers of Mathematics (1988) NCTM Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics: Responses from the Research Community, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol.19, No.4, 338-344.
- Shumway, R.J. (ed.) (1980) *Research in Mathematics Education*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Keywords : 数学教育政策, 算数・数学教育, 全米数学教師協議会, 学校数学スタンダード, コモン・コア数学